

# 양자중력이론의 철학적 문제들과 존재론적 논증

염동한(KAIST 물리학과 박사과정, RACS)(대학원 1-3)

## 논문초록

본 논문에서는 존재론적 논증과 물리학의 문제들을 연구의 대상으로 삼는다. 먼저 필자는 존재론적 논증을 성립 시키거나 또는 논박하는 철학적 전제가 무엇인가에 대해 질문을 던진다. 필자는 그 전제가 경험적으로 환원할 수 없는 대상을 지칭할 수 있는지 아니면 그것을 지칭하는 것이 불가능하고 무의미한 것인지를 선택하는 것과 연관됨을 논의한다. 이 둘의 인식론적 차이는 식별불가능자 동일성의 논제와 관련되는데, 만일 그 논제를 옳지 않다고 생각한다면 전자의 입장이 되고, 옳다고 생각한다면 후자의 입장이 될 것이다. 여기에서 전자의 입장이 되면 존재론적 논증을 받아들일 수 있지만, 후자의 입장이 되면 존재론적 논증을 받아들일 수 없을 것이다. 그 다음으로, 필자는 물리학의 영역에서 식별불가능자 동일성의 논제가 과연 성립하는가를 논의하고자 한다. 본래 양자론은 식별불가능자 동일성의 논제를 뒷받침하는 이론이다. 그러나 양자중력이론이 적용되어야 하는 블랙홀의 동역학에 있어서, 그 원리가 여전히 적용될 수 있는지는 의문이다. 필자는 만일 블랙홀에서 정보손실이 일어난다면, 식별불가능자 동일성의 원리는 성립할 수 없음을 논의한다. 그리고 만일 양자중력이론이 있어서 정보가 손실될 수 없다면, 국소적인 관찰자는 블랙홀에서의 정보손실을 '유효한' 방법으로 관찰해야 한다는 주장의 근거를 소개한다. 그렇다면, 궁극적으로 식별불가능자 동일성이 성립해야 한다면, 적어도 우리가 경험할 수 있는 범위에서는 식별불가능자 동일성이 성립하지 않아야 한다는 역설적인 결론을 얻는다. 과학적 관점은, 만일 그것이 자체 정합적이라면, 존재론적 논증과 그 밖의 경험의 영역을 넘어서는 것들을 지칭하는 일에 대해, 그것의 참 또는 거짓의 여부를 경험적으로 결정할 수 없다.

**주제어:** 존재론적 논증, 식별불가능자 동일성, 블랙홀 정보손실문제, 양자중력이론

## I. 서론

본 논문은 양자중력이론의 철학적 문제들과 존재론적 논증에 관해 논하고자 한다. 그러나 이것은 학문적인 엄밀성을 추구하기 위한 것이라기보다는, 과학도와 인문학도 사이에서 새로운 사유의 가능성을 탐구하기 위해 다리 놓기를 하는 정도의 의미를 가질 것이다.

필자의 본래 관심은 크리스천 과학자가 하나님으로부터 동기 부여된 철학적 관점을 가지고 전진적인 연구프로그램을 만들어 가는 것에 있었다. 이것이 과학자의 학문 영역에 생명력을 불어넣고 새로운 일거리를 만들어주며, 더 나아가서 그 철학적 방향성이 과학자 사회에 만연해 있는 무신론 또는 자연주의를 극복할 수 있게 하기를 원했다.

이러한 방향성에 관해서 필자는 2006년에 철학적 구도를 제안했고(염동한, 2006), 이에 관한 과학적 성과들에 관해서 2009년 무렵 보고한 바 있다(염동한, 2009). 종교적인 신비의 영역과 과학의 영역이 맞닿아있는 곳에서 ‘측정 불가능한’ 그러나 의미 있는 ‘무한’의 문제가 나타났다. 그런데 그 무한이라는 것이 측정 불가능하다면, 그것은 칸트의 의견에 따라 인식론적 선택에 의존할 수밖에 없는 것 같다. 필자는 신의 존재에 관한 우주론적 논증과 목적론적 논증이 현대 물리학에서 말하는 궁극의 이론이 존재하는가의 문제와 설계자가 존재하는가의 문제, 좀 더 구체적으로는 블랙홀의 정보손실문제와 다중우주의 측도 문제에 대응할 수 있음을 주장했다. 신의 존재에 관한 논증이 측정 불가능하며, 따라서 그것의 참 또는 거짓 여부가 인식론적 선택에 의존한다면, 여기 열거한 물리학의 문제들도 측정 불가능한 영역에 있으며 인식론적 선택에 의존할 것이다. 필자는 최근의 성과들을 통해 아마도 이러한 과학적 기대가 옳을 가능성이 있으며, 후속 연구를 필요로 함을 논의하였다.

본 논문에서는 존재론적 논증과 물리학의 문제들을 연구의 대상으로 삼는다. 먼저 필자는 존재론적 논증을 성립시키거나 또는 논박하는 철학적 전제가 무엇인가에 대해 질문을 던진다. 다시 말하면, 그 증명을 위한 공리가 무엇인가 하는 것이다.

필자는 그 공리가 경험적으로 환원할 수 없는 대상을 지칭할 수 있는지 아니면 그것을 지칭하는 것이 불가능하고 무의미한 것인지를 선택하는 것과 연관됨을 논의한다. 모두가 동의할 수 있는 것은, 우리가 객관이 주관에 던져준 ‘속성들’에는 접근할 수 있으리라는 것이다. 그렇다면, 혹자는 우리가 객관적인 대상들을 지칭하는 것이 아니라 단지 그 속성들만을 지칭하는 것이라고 생각할 수 있다. 그러나 혹자는 우리가 속성들을 지칭하기도 하지만, 때로는 그 속성들 너머에 있는 대상 자체를 지칭할 수도 있다고 생각할 수 있다. 이 둘의 인식론적 차이는 식별불가능자 동일성의 논제와 관련되는데, 만일 그 논제를 옳다고 생각한다면 전자의 입장이 되고, 옳지 않다고 생각한다면 후자의 입장이 될 것이다. 여기에서 전자의 입장이 되면 존재론적 논증을 받아들일 수 없지만, 후자의 입장이 되면 존재론적 논증을 받아들일 수 있을 것이며 의미를 가질 것이다.

그 다음으로, 필자는 물리학의 영역에서 식별불가능자 동일성의 논제가 과연 성립하는가를 논의하고자 한다. 본래 양자론은 식별불가능자 동일성의 논제를 뒷받침하는 이론이다. 그러나 양자중력이론이 적용되어야 하는 블랙홀의 동역학에 있어서, 그 원리가 여전히 적용될 수 있는지는 의문이다. 필자는 만일 블랙홀에서 정보손실이 일어난다면, 식별불가능자 동일성의 원리는 성립할 수 없음을 논의한다. 그리고 필자는 만일 양자중력이론이 있어서 정보가 손실될 수 없다면, 국소적인 관찰자는 블랙홀에서

의 정보손실을 ‘유효한’ 방법으로 관찰해야 한다는 주장의 근거를 소개한다. 왜냐하면, 국소적인 관찰자가 블랙홀에서 정보를 복원해 낸다면, 정보의 복사를 경험하게 된다는 문제가 생기기 때문이다.

만일 그렇다면, 궁극적으로 식별불가능자 동일성이 성립해야 한다면, 적어도 우리가 경험할 수 있는 범위에서는 식별불가능자 동일성이 성립하지 않아야 한다는 역설적인 결론을 얻는다. 이는 괴델의 정리와 유사한 것으로 보인다. “만일 어떤 체계가 무모순이라면, 무모순성은 그 체계 내에서는 증명될 수 없다.” 존재론적 논증은 과학적인 관점에서는 실패한 논증으로 보일 수 있지만, 우리의 직관과 경험, 또는 우리가 실제로 행동하는 양식과 잘 부합하는 경향이 있다. 어쩌면 우리의 이성은 과학과 경험 너머의 것에 대해서 접근할 수 있는 능력을 가지고 있는지도 모른다. 과학적 관점은, 만일 그것이 자체 정합적이라면, 존재론적 논증과 그 밖의 경험의 영역을 넘어서는 것들을 지칭하는 일에 대해, 그것의 참 또는 거짓의 여부를 경험적으로 결정할 수 없다.

## II. 존재론적 논증과 그 전제들

본 장에서는 존재론적 논증과 그 논증을 성립시키기 위한 인식론적 전제들을 논의하고자 한다.

### 1. 존재론적 논증

존재론적 논증이란 다음과 같은 종류의 논증을 지칭한다. 아래의 도식은 안셀무스의 저술로부터 플란팅가가 정리한 것이다(Plantinga, 1967).

- (1) 신은 실재적 존재가 아니라 머릿속에만 존재하는 것이다. - 귀류법을 위한 가정
- (2) 실재적 존재는 머릿속에만 있는 존재보다 더 위대하다. - 전제
- (3) 실재적 존재 외에 신의 모든 속성을 지니고 있는 존재를 생각할 수 있다. - 전제
- (4) 실재적 존재 외에 신의 모든 속성을 지니고 있는 존재는 신보다 위대하다. - (1)과 (2)로부터
- (5) 신보다 더 위대한 존재를 생각할 수 있다. - (3)과 (4)로부터
- (6) 신보다 더 위대한 존재를 생각할 수 있다는 것은 거짓이다. - 신의 정의로부터
- (7) 따라서 신이 실재적 존재가 아니라 머릿속에만 존재한다는 것은 거짓이다. - 귀류법

필자는 이러한 논증을 아래의 단계들로 나누어서 생각해보려고 한다.

**(1) 어떤 속성을 가진 대상을 ‘지칭’하는 단계.** 그런데 여기에서 그 대상의 속성은 유한한, 경험적인 방법으로는 환원될 수 없는 것이라야 한다. 만일 그 속성이 경험적인 방법으로 환원될 수 있다면, 그 대상은 경험적인 방법으로 검증할 수 있는 대상이 되는데, 다음 절에서 이야기하게 될 논리에 따라 이러한 대상의 존재를 논리적인 방법으로 증명하는 것은 의미가 없게 된다.

가우닐로는 안셀무스의 논증에 대해 ‘완전한 섬’에 관한 논증으로 논박하려고 했다(Anselmus, 1078). 가우닐로의 논증에 대한 재반박은, 결국은 그 ‘완전한 섬’은 경험적인 방법으로 환원할 수 있는 대상이므

로 안셀무스의 논증에 관한 논박이 되지 못한다는 것이다.

(2) 그 대상의 존재를 ‘발견’하는 단계. 앞 단계에서는 그 대상을 지칭했고, 따라서 그것이 관념 속에만 있는 것인지 아니면 실제로도 존재하는 것인지는 확실하지 않았다. 그러나 우리는 아래와 같은 논증을 통해 그 대상이 실제로도 존재한다는 것을 발견하게 된다. 따라서 이러한 발견은 동어반복적인 것이나 분석적인 것이 아니다.

(2-1) 먼저 우리가 지칭한 그 대상이, 설사 실재가 아니라 관념일 뿐이라 하더라도, 그 대상이 실제로 그 속성을 가지고 있다는 것을 발견한다. 아직까지는 우리가 지칭한 대상이 실재인지 관념인지는 분명하지 않다. 그러나 일단 생각한 그 대상이 우리가 준비한 그 속성을 가지고 있다는 것을 확인한다.

이럴테면 이러한 속성 중에는 ‘가장 위대한 것’, ‘완전자’, 또는 ‘초월자’의 개념이 있을 수 있다. 이 개념들은 먼저 경험적인 대상들로 환원할 수 있는 것이 아니다. 그러나 우리가 그 개념들을 생각할 수는 있다. 가장 위대한 것이란, 말 그대로 우리가 생각할 수 있는 것들보다 더 위대한 것을 말하는 것이다. 완전자란, 우리가 생각할 수 있는 것들보다 완전함에 있어서 더 상위에 있다는 것을 말하는 것이다. 초월자라는 것은, 우리가 생각하고 판단하고 놓여있는 시간적-공간적 세계에 의존하지 않는 대상이라는 것이다.

이 개념들은 ‘무한’의 개념과 유사하다. 무한이라는 것은 유한한 수들의 유한한 조합으로부터는 구성할 수 없다. 우리가 적어도 이것을 지칭할 수는 있지만, 이것을 유한한 단계에 구성할 수 없기 때문에 수학적 대상이 아니라고 생각한다면, 이것을 가무한이라고 부른다. 그러나 이것을 어떤 수학적 속성을 가지는 대상으로 수학체계 안에 편입시킨다면, 이것이 실무한이 될 것이다. 가무한 또는 실무한은 공리적 선택에 의존하며, 어떤 공리를 선택하든 유한한 수들의 공리체계와 모순이 되거나 하지는 않는, 즉 체계의 선택에만 의존하는 것으로 보인다.

무한의 개념과 마찬가지로, 위대한 것, 완전자, 또는 초월자 등의 개념들은, 우리가 유한한 방법으로 환원할 수 없고, 그래서 그런 의미에서 우리가 이해할 수는 없는 것이다, 그러나 우리가 지칭할 수는 있고, 그 속성이 무엇인지를 생각할 수는 있다. 이러한 전제 하에서 다음의 논증이 이어진다.

(2-2) 이제 우리는 그 ‘관념’이 그 ‘속성’을 가지는 존재가 되었음을 확인한다. 그것이 관념이든 실재이든 간에 상관없이, 그 대상은 그런 ‘속성’을 가지는 존재이다. 따라서 그런 속성을 가지는 존재가 존재하는 것이다. 이것으로부터 그 대상의 실재성을 이끌어낼 수 있다.

이럴테면, 안셀무스의 방식대로(Anselmus, 1078), 신의 모든 속성을 가지고 있으면서 실재하는 대상을 우리가 지칭할 수 있다. 그 대상은 관념이든 실재이든 간에 상관없이, 그런 속성(신의 속성과 실재성)을 가지고 있는 것이다. 그런데 그런 대상이 (관념이든 실재이든) 있다는 것 자체가 이미 모순을 야기하는 것이다.

데카르트의 방법을 따라 ‘완전자’를 생각한다면(Descartes, 1637), 일단 그 대상이 실재이든 관념이든 간에 상관없이, 그 대상은 완전성을 소유하고 있는 것이다. 그런데 그 대상이 실재하지 않는다면, 완전성을 소유하고 있다는 개념에 모순이 된다.

초월자의 개념에 대해서 본다면, 우리는 일단 초월자를 지칭할 수 있다. 그런데 우리가 이 세계의 기원에 대해서 이해할 때, 초월적이지 않은 원인들만으로 설명하려고 한다면, 그런 초월적인 대상(이 대상이 관념이든 실재이든 상관없이)의 기원을 초월적이지 않은 - 내재적인 - 것들만으로 설명하는 것은 불가능

할 것이다. 따라서 그런 초월자의 개념을 외부에서 집어넣은 초월자가 존재해야 한다.

우리가 그런 - 유한한 방법으로 환원할 수 없는 - 개념을 지칭할 수 있다는 것 자체가 그 개념이 존재해야만 한다는 것을 의미한다. 존재론적 논증의 핵심은 여기에 있고, 이것은 데카르트가 『방법서설』에서 말한 첫 번째 신 존재 논증과 맥락을 같이 한다(Descartes, 1637).

## 2. 존재론적 논증의 인식론적 전제

“신성로마제국은 신성하지도 않고, 로마도 아니고, 제국도 아니다.”

- 슐 크립키

존재론적 논증에 관한 필자의 분석은 이미 그 논증의 약점과 강점을 드러내고 있다. 가장 근본적인 전제는 우리가 경험적인 방법으로 환원할 수 없는 대상을 지칭할 수 있다는 것에 있었다. 그렇다면, 그 관념이 존재하게 되고, 그 관념은 그런 속성을 가지게 되는데, 그래서 그 관념은 그런 속성을 가진 존재가 되는데, 그 관념이 그런 속성을 가진 존재가 된다는 사실이 그 관념이 실재해야 한다는 것을 의미한다는 것이다.

그렇다면, 근본적으로 존재론적 논증을 논박하기 위해서는, 우리가 경험적인 방법으로 환원할 수 없는 대상을 지칭한다는 것 자체가 의미가 없다는 것을 설명해야만 한다.

여기에서 우리는 존재론적 논증에 관한 가장 유명한 논박인 칸트의 논박을 생각해보기로 하자(Kant, 1787; Plantinga, 1967). 칸트는 존재란 속성이 아니라고 하였다. 이러한 칸트의 논박은 사실은 우리의 경험적인 언어의 사용과 밀접한 연관을 가지고 있다. 우리가 일상생활에서 경험하는 것들은 원리적으로 명제로 표현될 수 있으며, 그 명제는 수학적 방법으로 표현될 수 있다. 그런데 이 명제들은 항상 다음과 같은 문장의 조합으로 표현될 것이다.

$$\exists xP(x)$$

여기에서  $\exists$  는 존재를 나타내는 양화사인데,  $\forall$  와 같은 전칭양화사가 올 수도 있다.  $P(x)$ 는  $x$ 가  $P$ 라는 속성을 가진다는 것인데, 보통은  $x \in P$ 라는 방식으로, 즉, 집합론적인 방법으로 표현될 수 있다. 이 문장은 “ $P$ 라는 속성을 가지는 어떤 것  $x$ 가 존재한다.”는 뜻이다. 여기에서 우리는  $x$ 라는 대상은 ‘ $P$ 라는 속성을 가지는 것’ 이상도 이하도 아니라는 것을 발견한다. 물론 대상들  $x$ 는 여러 가지가 있을 수 있고, 속성들  $P$ 도 여러 가지가 있을 수 있고, 이러한 수학적 문장이 논리기호를 사용해서 좀 더 복잡한 방식으로 구성될 수 있다. 그러나 그럼에도 불구하고 변하지 않는 사실이 있다면, 수학에서는 대상을 지칭하는 것이 아니라 그 대상의 속성들이 그 대상을 결정해준다는 것이다. 사실 우리가 어떤 대상을 정의해서 사용할 때는, 언제나 그 대상을 지칭하는 것이 아니라, 그 대상에 부여된 속성들을 지칭하는 것이다. 즉, 존재는 속성이 아니며, 속성의 다발을 간편하게 부르기 위해서 존재들을 사용하는 것이다. 수학적인 모든 표현방법이 그렇다면, 자연과학의 모든 표현방법도 그렇고, 따라서 자연에 관한 우리의 기술과 언어도 그러할 것이다.

그래서 우리의 언어에 있어서 존재가 속성이 아니라고 한다면, 어떤 것이 존재한다는 것은, 사실은 어

떤 종류의 속성의 다발을 가진 어떤 것이 있다는 것이며, 따라서 우리는 그런 속성들을 발견해야만 한다. 아마도 그런 속성들이 실험적으로 혹은 경험적으로 측정이 되거나 한다면, 우리는 그 대상이 존재한다고 표현할 수 있다. 그러나 그런 속성의 다발을 경험적으로 확인할 수 없다면, 그 대상이 실재한다는 것은 아무런 의미가 없다. 이것은 칸트가 돈을 예로 들어 비유한 것과도 같다. 우리가 개념적으로 100원을 가지고 있다는 것은 아무런 의미가 없으며, 100원이 실제로 우리가 경험할 수 있는 방식으로 속성을 나타낼 때에만, 그것이 존재한다는 것이 의미를 가진다. 100원의 개념 자체는 의미가 없으며, 우리는 100원이 가지고 있는 속성의 다발들을 하나로 묶어서 단지 그것을 100원이라고 불렀던 것이다. 더 나아가서, 우리가 그런 속성들을 본다는 것은, 경험을 통해서 확인하는 것이고, 그런 의미에서 그것은 종합적이며 분석적이지 않다. 그러나 칸트의 관점에서 존재론적 논증은 개념만을 사용한 분석적인 논증이었다. 따라서 이러한 방법으로 존재를 증명한다는 것은 어불성설이라는 것이다.

이러한 논증에 대한 재반박은, 물론 칸트의 이러한 견해는 자연을 기술하는 언어와 우리의 경험 및 수학적 문장들에 대해서는 옳지만, 우리가 경험할 수 없는 대상에 관해서는 적용될 수 없다는 것으로 요약할 수 있을 것이다. 우리가 경험할 수 있는 자연과학적 대상들에 적용되는 언어의 규칙이 경험할 수 없는 것에 대해서까지 적용되어야 한다고 주장할 수는 없다는 것이다.

그래서 결국은 **우리가 경험할 수 없는 것들을 ‘지칭’할 수 있는지, 그 지칭의 능력이 우리의 출발점이 된다.** 칸트의 관점에서, 가능한 경험의 영역을 넘어선 것들에 대해서는 우리가 이야기할 수 없었다. 이것은 그것이 과학적 연구의 대상이 되지 않으며, 따라서 과학적 사실의 지위를 가질 수 없다는 것을 의미할 것이다. 그러나 우리가 그러한 지칭의 능력이 있다고 생각한다면(Kripke, 1980), 신 존재 논증을 성공시킬 수 있을 것이다.

### 3. 식별불가능자 동일성 문제

만일 가능한 경험의 영역을 넘어선 것에 대해서 당신이 지칭을 했다고 생각하지만, 사실은 당신이 실제로 그것을 지칭한 것이 아니라 그렇게 했다고 착각한 것일 뿐이며, 이를테면 당신의 머릿속에서 일어나는 모든 일들은 사실은 자연과학적인 경험적으로 환원될 수 있는 작용일 뿐이므로, 결국은 당신이 생각한 것들은 경험세계 안에 있거나 아니면 당신이 이해할 수 없고 생각할 수 없는 허망한 것일 뿐이라고 생각할 수 있다. 여기에 대해서 물론 그것을 우리가 경험적으로 환원할 수 있다는 의미에서는 이해할 수 없는 것이 맞기는 하지만, 그래도 그 개념들의 의미를 정확히 알고 있고 정확히 생각하고 지칭하는 것은 불가능하지 않다고 생각할 수 있다. 그렇다면 이러한 두 가지 종류의 인식론적 전제들을 검토하기 위해서 좀 더 쉬운 방법이 있을 것인가?

필자는 이 문제가 식별불가능자 동일성의 문제와 연관되어 있음을 지적하고자 한다. 우리가 어떤 존재를 생각할 때, 그 존재는 속성들을 가진다. 그런데 우리가 그 존재의 모든 속성들을 열거하면 최초의 존재를 지칭한 것과 동일할 것인가? 라이프니츠가 그렇게 생각했다고 알려져 있는데, 사실은 논리학과 수학을 비롯한 자연과학의 모든 원리들이 그런 방식으로 작동한다. 만일 식별불가능자 동일성의 원리가 지지된다면, 사실은 존재 자체가 의미를 갖는다기보다는, 존재는 속성들의 다발에 이름을 붙인 것에 지나지 않는다. 따라서 우리는 존재 자체를 지칭하는 것이 아니다. 그러나 식별불가능자 동일성의 원리가 어떤 상황

에서 위반될 수 있다면, 다시 말해서 어떤 두 대상을 우리가 속성으로는 구분할 수 없으나 서로 다르다는 것은 인식할 수 있는, 즉 지칭에 의해 그 대상들을 구분할 수 있는 경우가 있다면, 우리의 지칭의 능력이 가능한 경험의 영역을 넘어설 수 있다는 것을 알게 된다. 따라서 이러한 예를 찾는 것이 존재론적 논증을 지지하는 인식론적 근거를 뒷받침해 줄 것이다.

### III. 물리학에서의 식별불가능자 동일성 문제

본 장에서는 물리학에서의 식별불가능자 동일성 문제를 논의한다. 특히 양자중력이론이 적용되어야 하는 블랙홀에서의 정보손실문제와 식별불가능자 동일성 문제가 연관되어 있음을 논의한다.

#### 1. 물리학에서의 식별불가능자 동일성

고전물리학에서 모든 대상들은 질점의 운동으로 기술된다. 뉴턴의 운동방정식은 2차 미분방정식이므로, 각 질점의 어느 순간에서의 위치와 속도가 결정되면, 그 질점의 운동은 결정된다. 물론 우리는 그 질점과 배경 사이의 모든 상호작용을 운동방정식에 포함시킬 수 있다고 가정한다. 그러면 각 질점의 운동은 매 순간의 어떤 특정한 위치와 속도, 또는 위치와 운동량으로 표현되며, 이것은 한 순간에 위상공간의 한 점에 대응한다. 두 질점이 어떤 순간에 위상공간에서 동일한 위치에 있으면, 그 두 질점은 영원히 분리될 수 없다. 즉, 두 질점은 근본적으로 구분할 수 없는 것이다. 물론 어떤 ‘새로운’ 물리적 효과가 두 질점을 분리할 수는 있으나, 그러면 운동방정식이 수정되어야 하며, 두 질점은 더 이상 위상공간에서 같은 점이 아니게 된다. 따라서 고전물리학에서의 속성은 위치와 속도, 또는 위치와 운동량이며, 이 정보가 결정되면 우리는 구분할 수 없는 하나의 물리적 대상을 결정한다. 즉, 식별불가능자 동일성의 논제가 성립한다.

양자역학에서 모든 대상은 상태함수로 결정된다. 이 상태는 파동함수로 표현되는데, 어떤 경우에는 파동함수가 불연속적인 양자수로 기술될 수 있다. 파동함수는 슈뢰딩거 방정식을 만족하는데, 슈뢰딩거 방정식 자체는 미분방정식이므로, 고전물리학에서와 마찬가지로 결정적이며 식별불가능자 동일성의 논제를 성립시킨다.

하나의 완전한 파동함수는 하나의 유일한 대상에 대응된다. 그러나 어떤 상황에서 우리는 파동함수 전체를 볼 수 없으며, 그 파동함수의 일부 상태를 나타내는 양자수들로 입자들을 기술해야 할 필요가 있다. 특히 통계적인 상황을 기술해야 할 때, 어떤 시스템의 입자들은 몇 가지 양자수들로 기술될 수 있다. 만일 식별불가능자가 동일하지 않아서, 양자수가 같아도 각각의 입자들을 구분할 수 있다면, 식별불가능자 동일성의 기준으로 입자들의 통계적 현상을 기대했던 것과는 다른 결론을 얻을 것이다. 그러나 실험적으로 양자수가 같은 각각의 전자들은 동일한 것처럼 볼 수 있다는 것이 알려져 있다. 이러한 의미에서 물리학은 식별불가능자 동일성 논제를 지지한다.

물리학에서의 식별불가능자 동일성 논제를 조금 더 깊게 이해하기 위해서 다음과 같은 사고실험을 생각해 보자. 여기 두 개의 컵이 있다. 그리고 실험자는 각각의 컵에 어떤 종류의 음료수를 같은 양만큼 붓는다. 먼저 부은 컵을 1번, 나중에 부은 컵을 2번이라고 부르자. 이제 피실험자가 어떤 컵이 1번 또는 2번인지를 구분하는 것이 실험의 목표이다.

**사례 1.** 피실험자가 처음부터 눈을 뜨고 있었다고 하자. 그렇다면, 피실험자는 음료수가 무엇이든 간에 (같은 것이든 다른 것이든) 어떤 것이 1번이고 어떤 것이 2번인지를 알 수 있다. 실험자가 컵을 어떻게 섞어놓든 간에, 피실험자가 주의 깊게 컵을 주시하고 있다면, 어떤 것이 1번이고 어떤 것이 2번인지를 정확히 알 수 있다.

이 경우에 컵이 가지는 속성은 두 가지가 있는데, 첫째는 컵에 담긴 음료수의 종류이고 둘째는 컵에 음료수가 부어진 시점이다. 피실험자가 이 정보를 관찰했기 때문에, 컵은 이러한 속성을 가진다. 따라서 두 컵은 처음부터 서로 다른 속성을 가지고 있었다. 따라서 두 컵은 식별가능하고, 따라서 동일자가 아니며, 따라서 각각이 고유한 다른 이름을 가질 수 있다.

**사례 2.** 이번에는 실험자가 컵에 음료수를 붓는 동안, 피실험자가 눈을 가리고 있다고 하자. 실험자가 주는 단서는 1번 컵에 사이다를, 2번 컵에 콜라를 붓는다는 것이다. 그 다음 피실험자가 눈을 뜨고, 어떤 것이 1번이고 어떤 것이 2번인지를 구분한다고 하자. 그러면 피실험자는 정확히 1번 컵과 2번 컵을 구분할 수 있는데, 그것은 두 컵에 담긴 음료수(속성)가 다르기 때문이다.

**사례 3.** 이번에도 실험자가 컵에 음료수를 붓는 동안, 피실험자가 눈을 가리고 있다고 하자. 그런데 이번에는 실험자가 1번 컵에 사이다를, 2번 컵에도 사이다를 붓는다. 그 다음 피실험자가 눈을 뜨고, 어떤 것이 1번이고 어떤 것이 2번인지를 구분해야 한다. 이 때, 피실험자는 정확한 구분을 할 수 없으므로, 각각의 컵이 1/2의 확률로 1번 또는 2번이라고, 즉 1번 컵과 2번 컵이 중첩되어 있다고 말하게 된다.

실제로 물리학에서 발생하는 식별불가능자 동일성의 문제는 이런 방식으로 나타난다. 만일 각각의 입자들에 번호를 붙이는 일을 선형적으로 누군가가 했고, 자연을 연구하는 혹은 자연 내에서 그 입자들의 효과를 측정하는 대상들이 선형적인 번호를 알 수 있었다면, 모든 종류의 입자들을 식별하는 것이 가능했을 것이다(사례 1). 그러나 실제로는 그렇지 못하다. 따라서 관찰자는 속성(이를테면 양자수나 어떤 파라미터들)에 따라 입자를 구분할 수 있지만(사례 2), 양자수나 파라미터들이 같은 입자들에 대해서는 그것을 정확히 구분할 수 없다(사례 3). 따라서 우리는 그 대상을 기술하기 위해 파동함수의 중첩을 사용해야 한다. 이러한 물리적인 기술이 성공적이라는 사실은, 자연이 식별불가능자 동일성을 지지한다는 것을 강하게 함의한다.

**사례 4.** 이번에도 피실험자가 눈을 가리고 있는 동안, 실험자가 컵에 음료수를 붓는다. 실험자가 주는 단서는 1번 컵에는 사이다를, 2번 컵에는 콜라를 붓는다는 것이다. 피실험자는 눈을 떴고, 어떤 컵이 1번이고 어떤 컵이 2번인지를 구분할 수 있었다. 그런데 어느 순간, 각 컵에 있던 음료수가 모두 커피로 변하고 말았다. 피실험자는 어떤 컵이 1번이고 어떤 컵이 2번인지를 알고 있다. 그러나 각 컵에 담긴 음료수의 속성이 동일하기 때문에, 어떤 제3자가 두 컵을 관찰한다면, 어떤 것이 1번이고 어떤 것이 2번인지 알 수 없다. 어떤 컵이 1번이고 어떤 컵이 2번인지에 관한 정보는 오로지 피실험자의 기억 속에만 존재한다.

이 네 번째 사고실험은 몇 가지 흥미로운 상상을 하게 해 준다. 먼저, 만일 두 개의 컵에 서로 다른 음료수가 담겨 있다면, 어떤 컵이 1번이고 어떤 컵이 2번인지에 대한 것은 단지 이름붙이기에 지나지 않음



며, 그 자체로는 아무런 정보를 가지고 있지 않다. 즉, 이름 또는 존재(1번 또는 2번)는 속성을 부르는 것에 다름 아닌 것이다. 그러나 두 개의 컵에 담긴 음료수가 같은 것으로 변해버린다면, 어떤 컵이 1번이고 어떤 컵이 2번인지는 중요한 의미를 가지게 된다. 다시 말하면, 컵에 담겨있는 음료수의 속성이 상실됨으로써 피실험자가 정보를 얻게 된다는 것이다. 피실험자가 어떤 컵이 1번이고 어떤 컵이 2번인지를 지칭할 수 있는데, 이것은 물리법칙을 따르는 그러나 피실험자의 정보를 알고 있지 못한 제3자는 더 이상 할 수 없는 것이다. 다시 말하면, 피실험자의 기억 또는 의식이 자연법칙은 더 이상 줄 수 없는 어떤 새로운 역할을 하기 시작한다는 것으로 해석할 수도 있다.

그렇다면, 사례 4와 유사한 어떤 현상이 물리적 현상 가운데 존재할 것인가가 중요한 질문이 된다. 그러한 일이 발생하기 위해서는, 대상에 처음 주어진 속성 중의 일부가 손실되는 일이 발생해야 한다.

사실은 이러한 문제는 이미 양자정보이론을 하는 사람들에게는 어느 정도 알려져 있었던 것이기도 하다. 파동함수는 미분방정식의 해이므로, 그 자체로는 결정적이다. 그러나 우리는 파동함수를 실제로 보는 것이 아니고, 따라서 그 파동함수는 확률로 해석해야 한다는 것이 알려져 있다. 그러면 과연 측정이란 무엇이고, 왜 측정은 물리적 실재인 파동함수를 직접 보지 못하게 하는가? 이 문제에 대해서 명확한 답은 존재하지 않지만, 한 가지 중요한 사실은, 만일 우리가 어떤 파동함수 전체를 볼 수 없어서, 그 파동함수에서 배경의 효과를 무시해야만 한다면, 즉 어떤 종류의 속성을 손실시켜야 한다면, 그 속성이 손실됨으로써 우리가 파동함수의 통계적 분포를 볼 수 밖에 없게 되고, 이것이 우리에게 인지되는 측정에 대응된다는 것이다. 이것을 파동함수의 결잃음(decoherence)이라고 부른다. 결잃음은 파동함수의 어떤 속성을 잃어버리는 것 혹은 무시하는 것인데, 이것이 관찰자에게 측정을 준다. 이것은 사례 4에서 일어났던 것보다 유사한 것이다.

따라서 어떤 대상에 처음 주어진 속성 중의 일부가 손실되는 일이 발생할 수 있는가가 질문이 된다. 물론 양자 물리학의 기본 구조는 이러한 것을 허용하지 않는다. 다만 측정에 있어서는, 우리가 배경을 무시하는 ‘근사’를 취한다고 하고 그러한 논의를 진행할 수 있다. 다시 말하면, 속성을 잃어버리는 것처럼 보이지만, 실제로는 속성들이 어딘가에 흩어져서 존재하기는 한다는 것이다.

이제 질문은 가장 근본적인 차원에서 어떤 물리적 대상이 자신의 속성 또는 정보를 잃어버릴 수 있는가 하는 것이 된다. 필자는 이러한 문제가 블랙홀에서 발생할 수 있다고 생각한다.

## 2. 블랙홀 정보손실문제와 식별불가능자 동일성 문제

물론 궁극의 이론 또는 양자중력이론이 존재하고, 그 이론에 양자 물리학의 기본적인 원리가 그대로 반영되어 있다면, 당연히 식별불가능자 동일성의 원리가 적용되어야 할 것이다. 그러나 현재 양자중력이론이 부딪히고 있는 문제들에 비추어볼 때, 그 원리가 여전히 적용될 것인지는 분명하지 않다.

필자가 제안하는 문제는 블랙홀의 정보손실문제이다. 호킹에 의하면, 블랙홀은 양자효과에 의해 에너지를 열적 복사로 방출한다(Hawking, 1988). 그래서 결국은 블랙홀이 사라지게 될 것이다. 그런데 블랙홀이 내보내는 에너지가 열적 복사이기 때문에, 아마도 그것은 정보를 담지 않을 것이다. 그렇다면 블랙홀은 질량  $M$ , 각운동량  $J$ , 전하량  $Q$ 를 제외한 모든 양자정보를 손실시킬 것이다. 우리가 질량, 각운동량, 전

하량이 같지만 그 밖의 양자정보가 다른 두 개의 블랙홀을 생각해보자. 그러면 이 둘은 다음과 같이 시간이 지남에 따라 변할 것이다.

$$|M, J, Q ; i >_1 \rightarrow |M, J, Q >_1$$

$$|M, J, Q ; j >_2 \rightarrow |M, J, Q >_2$$

블랙홀 1과 블랙홀 2가 서로 동일한 상태로 변해간다면, 우리는 경험적으로 둘을 구분할 수 없을 것이다. 그러나 우리는 두 블랙홀이 다르다는 것을 관찰자의 지칭에 의해 구분할 수 있다. 따라서 식별불가능하지만 동일하지는 않다. 따라서 이런 일이 발생한다면, 존재론적 논증에 관한 인식론적 지지를 확보할 가능성이 있다.

### 3. 블랙홀 정보손실문제에 관한 해석들

블랙홀 정보손실문제가 왜 쉽지 않은가를 이해하기 위해서 몇 가지 전제들을 도입할 필요가 있다.

첫 번째 전제는, 어떤 양자중력이론이 존재해서, 블랙홀의 정보가 손실되지 않는다는 것이다.

우리는 일반상대론에 의해 블랙홀이 기술되고, 특이점에 도달하기 전까지는 일반상대론의 기술이 크게 틀리지 않다고 가정할 수 있다. 그러면 블랙홀의 지평선 부근에서, 양자효과에 의한 입자의 방출이 일어난다는 것을 계산할 수 있다. 이 입자의 방출은 이 블랙홀을 열역학적 대상으로 보게 하는데, 특히 블랙홀의 면적이 열역학적 엔트로피에 대응됨이 알려져 있다. 여기에서 중요한 두 번째 전제는, 만일 블랙홀의 면적이 열역학적 엔트로피뿐만 아니라 통계역학적 엔트로피에 대응된다면, 어떤 시점에 이 블랙홀이 정보를 방출할지를 예측할 수 있다는 것이다. 그 시간은 대략 통계역학적 엔트로피가 절반으로 줄어드는 시점인데, 만일 통계역학적 엔트로피가 면적에 비례한다면, 면적이 절반으로 줄어드는 시점에 해당할 것이다 (Susskind, 2008). 그런데 블랙홀의 면적이 절반으로 줄어들어도, 블랙홀은 여전히 클 수 있으므로, 정보가 방출될 수 있는 유일한 통로는 호킹 복사 밖에는 없다.

세 번째 전제는, 호킹 복사를 통해 정보가 나올 때, 호킹 복사를 통해 정보를 읽을 수 있는 관찰자가 존재한다는 것이다.

만일 이 세 전제들을 종합한다면, 블랙홀은 면적이 절반으로 줄어들었을 때부터 호킹 복사로 정보를 방출하는데, 어떤 관찰자가 그 호킹 복사로부터 처음 들어간 정보를 끄집어낼 수 있다는 것이다. 그런데 만일 호킹 복사로부터 정보를 읽은 관찰자가 블랙홀 안쪽으로 들어가서 블랙홀 안에 들어있는 정보를 다시 관찰한다면, 그 관찰자는 정보의 복사를 경험하게 된다. 그러나 이러한 일은 정보가 손실되지도 증가하지도 않아야 한다는 양자론의 기본적인 전제와 모순이 된다. 따라서 이 세 전제 상호간에는 모순점이 있는 것 같다.

이 문제를 해결하기 위해서, 블랙홀 상보성이라는 개념이 도입되었다(Susskind, 2008). 만일 블랙홀의 안쪽과 바깥쪽의 정보를 모두 볼 수 있는 관찰자가 존재하지 않는다면, 이러한 문제는 처음부터 발생하지 않는다는 것이다. 그리고 실제로 슈바르츠실트 블랙홀의 경우에 이러한 정보의 중복을 보는 실험이 사실상 불가능하다는 것을 계산으로 보일 수 있었다.

이에 반해서, 필자의 최근 연구는, 블랙홀 상보성의 반례가 존재할 수 있다는 것이었다(Yeom, 2008; Yeom, 2009; Hong, 2010). 전하를 가진 블랙홀과 특이점이 없는 블랙홀에서 이것이 가능할 것으로 보였

고, 슈바르츠실트 블랙홀에서도, 질량이 없는 장의 개수가 충분히 많은 경우에 블랙홀 상보성의 위반이 가능할 것으로 보였다. 우리가 끈 이론을 생각하지 않는다면, 장의 개수는 자유롭게 도입할 수 있으므로, 블랙홀 상보성은 근본적으로 옳은 아이디어는 아닌 것이 된다. 끈 이론을 도입하면, 장의 개수에 어떤 종류의 제한이 생길 수는 있지만, 역시 무한한 수의 장이 아니라면, 장의 개수에 제한이 있어야만 한다는 논증은 아직까지 없는 것으로 보인다. 이러한 생각들을 종합해 볼 때, 필자의 이전 연구는 블랙홀 상보성이 근본적으로 옳은 생각은 아니라는 것을 지지한다.

만일 필자의 견해가 맞다면, 우리가 가정한 전제 중에서 어떤 것이 옳지 않은가를 생각해야 한다. 만일 첫 번째 전제가 옳지 않다면, 양자중력이론 혹은 만물의 이론이 존재하지 않는다는 것이 되는데, 이것은 물론 우리가 취하고 싶지 않은 가설이다. 두 번째 전제가 옳지 않다면, 그래서 블랙홀의 면적이 통계역학적 엔트로피에 해당하지 않는다면, 블랙홀이 충분히 작아지는 시점까지 정보가 나오지 않을 가능성이 있다. 이것은 블랙홀의 잔여물 모형이라고 부르는데, 이러한 방법으로 정보손실문제를 이해하는 사람들이 있었다. 그러나 이러한 잔여물은 상당히 긴 시간에 걸쳐서 정보를 방출해야 하고, 이러한 잔여물이 그렇게 많은 정보를 가져갈 수 있을지에 대해서는 논란의 여지가 많다. 필자의 생각으로는, 그보다 더 자연스러운 견해는, 세 번째 가정을 포기하는 것이다. 세 번째 가정을 포기한다면, 정보는 밖으로 나오지만, 그 정보를 읽을 수 있는 관찰자가 존재하지 않는다는 것이다. 필자의 생각으로는, 2005년의 호킹의 견해가 그러한 것 같다. 근본적으로 자연법칙은 정보를 보존해야 하기 때문에, 정보는 언젠가 나오게 되어 있다. 그러나 그것이 언제인지를 말할 수는 없으며, 블랙홀을 경험하는 (우리를 포함한) 준고전적 관찰자는 정보를 재구성해낼 수 없다는 것이다. 그렇다면 우리와 같은 관찰자는 정보의 손실을 유효하게 또는 사실상 경험하게 될 것이다. 물론 언젠가 무한한 시간이 지난 뒤에 정보가 다 나왔다는 것을 알 수는 있을지 모르지만, 적어도 중력과 블랙홀을 경험하는 국소적인 관찰자들은 정보의 손실이 있는 것처럼 보인다는 것이다. 필자의 생각으로는, 정보의 복사를 피하는 아마도 유일한 방법은 바로 ‘정보의 유효한 손실’일 것이라고 생각한다.

#### IV. 양자중력이론의 철학적 문제들과 존재론적 논증

앞에서의 논의를 종합해보면 다음의 결론들을 얻는다.

1. 만일 양자중력이론이 있다면, 관찰자는 유효한 정보손실을 경험한다.
2. 관찰자가 정보손실을 경험한다면, 관찰자는 식별불가능자 동일성을 받아들이지 않는다.

따라서 만일 만물의 이론 또는 양자중력이론이 존재한다면, 우리와 같은 관찰자는 식별불가능자 동일성을 경험적으로 지지하지 않는다.

다시 말하면, 만일 궁극의 이론이 존재해서 식별불가능자 동일성이 성립해야 한다면, 국소적인 관찰자는 식별불가능자 동일성이 성립하는 것을 경험하지 못해야 한다는 것이다. 이것은 다소 역설적인 결론이나, 괴델 명제와 유사한 것으로 보인다. “만일 어떤 체계가 무모순이라면, 무모순성은 그 체계 내에서는 증명될 수 없다.”

## V. 결론

존재론적 논증은 많은 비판을 받아왔는데, 사변적인 추론만으로 신의 존재를 증명한다는 것은 어불성설이라는 것이다. 신의 존재를 사로잡기 위한 반복적이고 재현 가능한 경험적인 증거는 아마도 신의 정상의 확보할 수 없을 것이다. 그런데 속성에 관한 그러한 경험적 근거 없이 어떤 대상의 존재를 논하는 것은 무의미하다. 따라서 우리의 경험과 과학적인 정신에 비추어 볼 때 존재론적 논증은 무의미한 말장난에 지나지 않는 것으로 보인다.

그러나 우리의 이성은 설사 우리가 그 속성을 경험적으로 환원할 수 없더라도, 그 대상을 자체로 지칭할 수 있는 것으로 보인다. 물론 이것은 과학과 경험 이상의 어떤 것을 의미한다. 만일 인간의 정신이 자연과학적인 방법으로 환원될 수 있다면, 우리가 과학과 경험 이상의 어떤 것을 지칭할 수 있다는 능력도 의심스러운 것이 사실이다. 그래서 일단 우리는 과연 자연 내에서 이렇게 가능한 경험의 영역을 넘어선 대상을 지칭하는 것이 가능한가에 대해 질문을 할 수 있었다.

그런데 사실은 이것이 그렇게 우리의 경험과 직관에 모순되는 것은 아니기도 하다. 사실 우리가 경험적 속성들을 넘어선 것을 지칭할 수 없다고 한다면, 우리는 물자체를 지칭할 수 없을 것이고, 그런 한에서 우리는 (선형적) 관념론에 머무르게 된다. 내가 대화를 나누고 있는 옆 친구의 정신의 존재에 대해서도, 우리는 확실한 이야기를 할 수 없으며, 나는 다만 내가 그 친구로부터 어떤 속성과 반응들을 이끌어낸다는 것을 알 수 있을 뿐이다. 그러나 우리는 직관적으로 내 친구가 인격적으로 존재한다고 생각하는 경향이 있다. 물론 강력한 환원주의자는 이것이 단지 우리 두뇌가 어떤 종류의 일들을 쉽게 처리하기 위해 생각하는 경향이라고 말하겠지만 말이다.

이것은 우리가 속성 너머의 대상을 지칭할 수 있는가, 혹은 식별불가능자 동일성의 논제가 성립하는가와 연관된다. 과연 우리에게 알려진 거의 대부분의 물리 법칙들은 기계론적 세계관을 뒷받침하며, 식별불가능자 동일성의 논제를 만족시킨다. 그러나 우리가 아직 도달하지 못한 이론, 즉 양자중력이론이 적용되어야 하는 영역에서는 과연 이 논제가 만족되어야 하는지가 명확하지 않았다.

블랙홀의 정보손실문제가 그 중요한 예가 되었는데, 만일 블랙홀에 정보손실이 있으면 식별불가능자 동일성이 성립하지 않는 예가 된다는 것이다. 만일 근본적인 이론이 존재해서 식별불가능자 동일성과 정보의 보존이 모두 성립할 수 있다면, 우리는 정보의 복사를 보게 될 가능성이 있다. 이 가능성을 피하기 위해서는 국소적인 관찰자가 실험을 통해서 호킹 복사로부터 정보를 복원할 수 없어야 한다는 역설적인 결론을 얻는다. 즉, 정보가 보존되고 양자중력이론이 있어서 식별불가능자 동일성이 성립한다면, 실질적인 관찰자는 그러한 것을 보지 말아야 한다는 것이다.

따라서 자연에 근본적인 이론이 존재한다면, 현실적인 관찰자는 식별불가능자 동일성의 위반을 경험할 것이다. 이것은 더 나아가서, 자연주의적인, 기계론적인, 혹은 환원주의적인 관점이 근본적으로 옳다면, 우리를 포함한 국소적인 관찰자는 자연주의적인, 기계론적인, 혹은 환원주의적인 관점의 위반을 경험해야 한다는 것으로 해석할 수도 있다. 이것은 도리어 우리의 일상적인 직관과 잘 부합한다. 어쩌면 우리의 일상적인 직관, 즉 신에 대한 직관, 친구에 대한 직관, 정신에 대한 직관을 자연주의적 관점이 논박할 수 없다는 것을 함의할 수도 있다. 물론 이러한 주제는 향후 더 깊은 토론이 뒷받침되어야 할 것이다.

## 참고문헌

- 염동한 (2006). 『기원에 관한 몇 가지 근본문제들에 대한 철학적 경계조건들』. 한국창조과학회-백석기독교학회 연합 국제 학술대회.
- \_\_\_\_\_ (2009). 『지적설계논증을 넘어서: 전진적 연구프로그램을 위한 철학적 제안』. 제26회 추계학술대회 기독교 학문학회.
- Anselmus. (1078). *Monologion/Proslogion*. 박승찬 역(2002). 『모놀로기온/프로슬로기온』. 서울: 아카넷.
- Descartes, R. (1637). *Discours de la Methode*. 권오석 역(1997). 『방법서설』. 서울: 홍신문화사.
- Hawking, S. W. (1988). *A Brief History of Time*, 김동광 역(2001). 『시간의 역사』. 서울: 까치.
- Hong, S. E. et al. (2010). *The Causal Structure of Dynamical Charged Black Holes*. *Class. Quant. Grav.*
- Kant, I. (1787). *Critique of Pure Reason*. 이명성 역(1991). 『순수이성비판』. 서울: 홍신문화사.
- Kripke, S. A. (1980). *Naming and Necessity*. 정대현, 김영주 공역(1989). 『이름과 필연』. 서울: 서광사.
- Plantinga, A. (1967). *God and the Other Minds*. 이태하 역(2004). 『신과 타자의 정신들』. 서울: 살림.
- Susskind, L. (2008). *The Black Hole War*, New York: Little, Brown and Company.
- Yeom, D. et al. (2008). *Constructing a Counterexample to the Black Hole Complementarity*. *Phys. Rev. D*.
- Yeom, D. et al. (2009). *Semi-classical Black Holes with Large  $N$  Re-scaling and Information Loss Problem* arXiv:0907.0677.